|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| STATISTIQUE ET PROBABILITÉS | **1.2 Fluctuations d’une fréquence selon les échantillons, probabilités** | 2 ASSP3 |
| *Thème :* |

|  |
| --- |
| Vie sociale et loisirs : comprendre l’information |

 |
| Capacité | Connaissances |
| * Expérimenter, d’abord à l’aide de pièces, de dés ou d’urnes, puis à l’aide d’une simulation informatique prête à l’emploi, la prise d’échantillons aléatoires de taille n fixée, extraits d’une population où la fréquence p relative à un caractère est connue.
* Déterminer l’étendue des fréquences de la série d’échantillons de taille n obtenus par expérience ou simulation.
* Évaluer la probabilité d'un événement à partir des fréquences.
* Évaluer la probabilité d'un événement dans le cas d'une situation aléatoire simple.
* Faire preuve d'esprit critique face à une situation aléatoire simple.
 | * Tirage au hasard et avec remise de n éléments dans une population où la fréquence p relative à un caractère est connue.
* Fluctuation d’une fréquence relative à un caractère, sur des échantillons de taille n fixée
* Stabilisation relative des fréquences vers la probabilité de l'événement quand n augmente..
 |

**On a lancé 10 fois un dé à 6 faces (que l’on suppose équilibré) et on a obtenu six fois 6. Le dé est-il truqué ?**



Pour répondre à cette question on souhaite faire une simulation sur calculatrice (TI 82 Stats.fr) d’un lancer de dé.

La calculatrice peut générer un nombre entier aléatoire compris entre 1 et 6. *(voir fiche calculatrice)*

1. Compléter le tableau suivant :

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Face | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |  |
| Nombre |  |  |  |  |  |  | Total =10 |

1. Comparer vos résultats avec ceux des autres élèves. Que constatez-vous ?

………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………

1. Proposer une réponse à la problématique.

………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………..

**I] Vocabulaire-fréquence**

Prendre au **hasard** un élément d'une population signifie que chaque élément a les mêmes chances d'être tiré.

**Échantillon** : de taille **n** d’une expérience aléatoire est l’ensemble des résultats obtenus en répétant **n** fois l’expérience.

Exemple : 10 lancers d’un dé à 6 faces.

**Issue** : résultat possible d’une expérience aléatoire.

Exemple pour un dé à 6 faces ; les issues possibles sont : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 :

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Face | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |  |
| Nombre | **2** | **2** | **0** | **3** | **3** | **0** | n= **10** |
| fréquence | **2**/**10**= **0,2** | **2**/**10**= **0,2** | 0 | **3**/**10** = **0,3** | **3**/**10** = **0,3** | 0 | **1** |
| Fréquence % | **20** | **20** | **0** | **30** | **30** | **0** | **100** |

**Fréquence** d’une issue dans un échantillon de taille n est le rapport **f** = $\frac{Effectif de l^{'}issuedans l'échntillon}{Taille de l'échantillon}$

**II] Vers la notion de PROBABILITÉ**

On lance une pièce de monnaie un très grand nombre de fois. On note P pour pile et F pour face.

* **Résultats d’expériences**
1. a) On a réalisé 2 000 lancers et on a obtenu 979 fois pile.

Calculer la fréquence P et celle de F. **fP = 48,8% et fF = 51,2 %**

b) On a réalisé 5 000 lancers et on a obtenu 2 528 fois pile.

Calculer la fréquence P et celle de F. **fP = 50,56% et fF = 49,44 %**

c) On a réalisé 10 000 lancers et on a obtenu 4 978 fois pile.

Calculer la fréquence P et celle de F. **fP = 49,78% et fF = 50,22 %**

d) On a réalisé 50 000 lancers et on a obtenu 25 032 fois pile.

Calculer la fréquence P et celle de F. **fP = 50,06% et fF = 49,94 %**

1. « Lorsqu’on lance une pièce de monnaie un très grand nombre de fois :
* La fréquence de P est environ égale à **50 %** ;
* La fréquence de F est environ égale à **50 %** ;
* La fréquence de P et celle de F sont **égales** »
* **À retenir**

Pour un très grand nombre de lancers, la fréquence se rapproche d’une valeur théorique que l’on appelle **probabilité**.

* Quelle semble être la probabilité d’obtenir pile ? **1/2**.
* Quelle semble être la probabilité d’obtenir face ?  **1/2**.
* Comparer ces deux probabilités : **elles sont égales**
* **Remarque**
* On considère l’expérience aléatoire qui consiste à lancer une pièce de monnaie non truquée ; on dit aussi que la pièce est bien équilibrée.

 Cela signifie que l’on a autant de chances d’obtenir pile que d’obtenir face.

* Que pensez-vous des trois affirmations suivantes ? :

 « J’ai une chance sur deux d’obtenir pile » **vrai**

 « La probabilité d’obtenir pile est égale à ½ » **vrai**

 « J’obtiens pile une fois sur 2 » **faux**

* Il est probable que f soit proche de p, mais les fréquences peuvent aussi être éloignées (effet du hasard).

**III] Fluctuation d’une fréquence**

1. Voici les résultats obtenus après avoir effectué 2 fois des simulations de 600 lancers de dés à l’aide d’un simulateur :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Échantillon 1 |  | Échantillon 2 |
| face | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |  | face | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| effectif | 96 | 104 | 91 | 100 | 109 | 100 |  | effectif | 107 | 98 | 96 | 96 | 104 | 99 |
| fréquence | 0,16 | 0,173 | 0,152 | 0,167 | 0,182 | 0,167 |  | fréquence | 0,178 | 0,163 | 0,16 | 0,16 | 0,173 | 0,165 |

Comparez ces échantillons :

……………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………….

1. Fluctuation de fréquence

Si on prélève plusieurs échantillons de même taille, les fréquences obtenues varient.

On dit que la **fréquence fluctue.**

Exemple :échantillon 1, face 1, la fréquence vaut : **0,16**

 échantillon 2, face 1, la fréquence vaut : **0,178**.

1. Mesure de la fluctuation à l'aide de l'étendue

Pour mesurer la fluctuation, on peut calculer **l'étendue des fréquences** en effectuant la soustraction de la plus grande fréquence par la plus petite.

Exemple : l’étendue des fréquences des 2 échantillons pour la face 1, vaut : **0,178 – 0,16 = 0, 018 = 1,8 %**.

**IV] Utilisation d’un tableur de type Excel**

|  |
| --- |
| **exercice n°8 page 42** |
| **=ALEA()** | **=ALEA()\*2** | **=ENT(ALEA()\*2)** |
| **0,983112931** | **1,795497526** | **1** |
| **donne un nombre aléatoire entre 0 et 1** | **donne un nombre aléatoire entre 0 et 2** | **donne un nombre aléatoire: 0 ou 1** |
|
|
|
|
|  |  |  |
| **exercice n°9 page 42** |
| a) | b) | c) |
| **=ALEA()\*3** | **=ENT(ALEA()\*3)** | **=ENT(ALEA()+(90/100))** |
| **2,133690572** | **1** | **1** |
| **donne un nombre aléatoire entre 0 et 3** | **donne un nombre aléatoire: 0, 1 ou2** | **donne 10% de 0 et 90% de 1** |
|
|
|
|
|  | ou |  |
|  | **=ALEA.ENTRE.BORNES(0;2)** |  |
|  | **0** |  |

Exemple de courbe de fréquence d’avoir « 1 » en simulant un de lancer de dé à 6 faces pour 1000, 2000,…., 10 000 lancers. On voit que plus le nombre de lancer est important est plus la fréquence (points en bleus, se confondent avec la probabilité (points rouges) d’avoir « 1 ».