

	Mathématiques	Enseignement professionnel
Objectifs de formation	Calculer pour un placement à intérêts composés : <ul style="list-style-type: none"> – D'un capital obtenu après n périodes – La durée n de placement (capital initial et taux donnés) Utiliser la fonction logarithme Compléter un tableau d'amortissement Calculer un taux mensuel équivalent à un taux annuel donné Calculer un taux moyen	

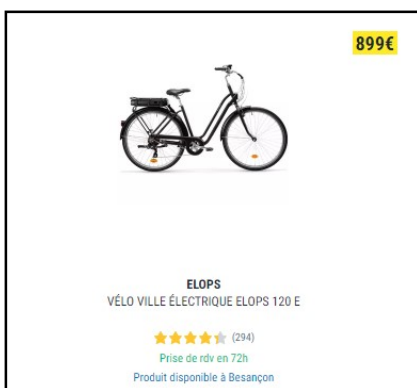
Partie 1 : Rappels sur les intérêts simples

📖 Les intérêts simples I se calculent avec la formule suivante : $I = C \times t \times n$
 avec : C = Capital placé (en €)
 t = taux périodique
 n = durée de placement (en année, mois, quinzaines ou jours)

📖 La valeur acquise est la somme du capital placé et des intérêts $V_a = \text{capital placé} + \text{intérêts}$


Durée de placement n	en mois	en quinzaines	en jours
Taux périodique t	$\frac{\text{taux annuel}}{12}$	$\frac{\text{taux annuel}}{24}$	$\frac{\text{taux annuel}}{360}$

Exemple 1



Léane a reçu pour son anniversaire une cagnotte de 800€. Suite à son stage réalisé chez DECATHLON Metz Augny, elle souhaite s'acheter un vélo électrique présenté ici. En plaçant son argent sur un compte à intérêts simples à 1.5% annuel (livret jeune), pourra-t-elle acheter le vélo au bout d'un an ? Au bout de 6 ans ? Existe-t-il un « meilleur » placement pour Léane pour acheter son vélo plus rapidement ??

Partie 2 : Les intérêts composés

 A la fin de chaque période (mois, année ...), l'intérêt de la période est ajouté au capital de la période pour le calcul de l'intérêt de la période suivante.

Le montant des intérêts n'est donc pas fixe et augmente donc tous les ans. (avec les **mêmes conditions** de départ qui sont le montant placé, le taux et la durée il vaut mieux prendre un placement à intérêts composés qui rapporte plus d'argent.

Exemple 2

Léane décide finalement de placer une partie seulement de son argent (700€) sur un autre compte avec des intérêts composés à 4.5% annuel. On cherche à savoir si elle pourra acheter son vélo plus rapidement.

- 1) Calculer la valeur acquise au bout d'un an.
- 2) Quel montant est pris en compte pour le calcul de la valeur acquise au bout de 2 ans ?
- 3) Calculer la valeur acquise au bout de 2 ans.
- 4) Quel montant est pris en compte pour le calcul de la valeur acquise au bout de 3 ans ?
- 5) Quelle remarque pouvez-vous faire si l'on vous demandait de calculer la valeur acquise au bout de 6 années de placement ? au bout de 10 années de placement ?

 Pour calculer la valeur acquise on utilise la formule suivante :

$$C_n = C_0 \times (1 + t)^n$$

avec : C_n valeur acquise au bout de n périodes

C_0 = capital de départ en €

t = taux d'intérêt périodique

n = nombre de périodes

ATTENTION : si t est un taux annuel alors n est en années, si t est un taux mensuel alors n est en mois ...

- 6) Calculer la valeur acquise au bout de 6 ans.
- 7) Commenter ce résultat.

Partie 3 : applications

Exercice 1

On place un capital de 600€ sur un compte à intérêts composés au taux annuel de 2% pendant 3 ans. Calculer la valeur acquise de ce placement. Arrondir au besoin au centime.

Exercice 2

On place un capital de 2800€ sur un compte à intérêts composés au taux annuel de 5% pendant 2 ans et 6 mois. Calculer la valeur acquise de ce placement. Arrondir au besoin au centime.

Exercice 3

On place un capital de 1900€ sur un compte à intérêts composés au taux mensuel de 0.25% pendant 15 mois. Calculer la valeur acquise de ce placement. Arrondir au besoin au centime.

Exercice 4

On place un capital de 285€ sur un compte à intérêts composés au taux mensuel de 0.10% pendant 3 ans et 4 mois. Calculer la valeur acquise de ce placement. Arrondir au besoin au centime.

Partie 4 : Encore des intérêts composés

Exemple 3 :

Suite à une rentrée d'argent supplémentaire, Léane souhaite désormais opter pour un modèle de vélo électrique à 1914.52€.

Léane a à sa disposition le capital initial de 1600€. Elle place son argent sur un compte à intérêts composés au taux mensuel de 0.4%.

- 1) Léane pourra-t-elle financer son achat chez DECATHLON au bout d'un an de placement ?
- 2) Léane pourra-t-elle financer son achat au bout de deux ans de placement ?

On peut encore calculer de nombreuses périodes de placement avant d'aboutir à 1914.52€...

 Pour calculer la durée de placement n on utilise la formule :

$$n = \log(C_n) / \log(C_0 \times (1 + t))$$

avec : C_0 : capital de départ

C_n : valeur acquise après n périodes

t : taux périodique



Remarque : si t est un taux annuel alors n est en années, si t est un taux mensuel alors n est en mois

...

- 3) Calculer la durée du placement en mois que devra réaliser Léane.

Partie 5 : applications

Exercice 5

Calculer la durée du placement de 4650€ au taux annuel de 0.43% si la valeur acquise à la fin du placement à intérêts composés est de 4730.5€.

Exercice 6

Calculer la durée du placement de 200€ au taux mensuel de 0.2% si la valeur acquise à la fin du placement à intérêts composés est de 230.91€.

Exercice 7

Calculer la durée du placement de 2 800€ au taux annuel de 5% si la valeur acquise à la fin du placement à intérêts composés est de 3163.23€.

Partie 6 : Tableau d'amortissement

Lors d'un prêt à la banque, la banquière doit vous donner un tableau d'amortissement du prêt : c'est un tableau qui regroupe les données du prêt au fil des échéances.

Un prêt peut vous être utile pour financer un projet (création d'entreprise, achat immobilier,...)

Exemple

4 :

Période	Capital restant du début de période	Echéance	Principal	Intérêts	Assurance	Capital restant du fin de période
1 ^{ère} année :						
1	157.000,00	993,26	404,51	588,75	0,00	156.595,49
2	156.595,49	993,26	406,03	587,23	0,00	156.189,46
3	156.189,46	993,26	407,55	585,71	0,00	155.781,92
4	155.781,92	993,26	409,08	584,18	0,00	155.372,84
5	155.372,84	993,26	410,61	582,65	0,00	154.962,23
6	154.962,23	993,26	412,15	581,11	0,00	154.550,08
7	154.550,08	993,26	413,70	579,56	0,00	154.136,38
8	154.136,38	993,26	415,25	578,01	0,00	153.721,13
9	153.721,13	993,26	416,81	576,45	0,00	153.304,33
10	153.304,33	993,26	418,37	574,89	0,00	152.885,96
11	152.885,96	993,26	419,94	573,32	0,00	152.466,02
12	152.466,02	993,26	421,51	571,75	0,00	152.044,51

Il existe deux types de tableau d'amortissement :

- 4) Remboursement par annuités constantes : on rembourse toujours le même montant par période
- 5) Remboursement par amortissement constant : on rembourse toujours la même part du capital emprunté par période (le montant total du remboursement est différent)


Voici un tableau d'amortissement simplifié pour des annuités constantes :

Echéance	Capital restant dû	Intérêts	Amortissement	Annuité
1	45 000	495	2 775.74	3 270.74
2	42 224.26	464.47	2 806.27	3 270.74
3	39 417.99	433.6	2 836.8	3 270.74
...

Voici un tableau d'amortissement simplifié pour un amortissement constant :

Echéance	Capital restant dû	Intérêts	Amortissement	Annuité
1	45 000	495	3 000	3 495
2	42 000	462	3 000	3 462
3	39 000	429	3 000	3 429
...

 Amortissement : part du capital emprunté, remboursé par annuité

 Pour chaque échéance, on calcule l'annuité (le total à rembourser par période) en additionnant

Partie 7 : applications

Exercice 8

Pour suivre sur 3 ans l'amortissement d'un emprunt de 50 000 € pour créer son entreprise de vente de vêtements à annuités constantes, on réalise le tableau d'amortissements incomplet suivant :

Echéance	Capital restant dû	Intérêts	Amortissement	Annuité
1	50 000		15 744.03	18 619.03
2				18 619.03
3				18 619.03

- 1) Calculer le montant des intérêts contenus dans la première annuité.
- 2) Calculer le taux annuel du placement qui est appliqué en se servant de la première échéance comme base.
- 3) Donner le montant du capital restant dû à la deuxième échéance.
- 4) Compléter le tableau d'amortissement.

Exercice 9

Quentin emprunte un capital de 40 000€ pour financer un projet de rachat d'une franchise. Caractéristiques de l'emprunt : taux annuel de 1.5%, durée de 4 ans et remboursement annuel avec amortissement constant.

- 1) Vérifier les valeurs de la première ligne du tableau d'amortissement suivant :

Echéance	Capital restant dû	Intérêts	Amortissement	Annuité
1	40 000	600	10 000	10 600
2				
3				
4				

- 2) Compléter le tableau d'amortissement.
- 3) Calculer le coût de cet emprunt (différence entre le total des remboursements et le capital emprunté)

Partie 8 : Taux mensuel équivalent à un taux annuel


Exemple 5 :

Léo souhaite placer ses économies à hauteur de 1 000€ pendant 2 ans.

Une première banque lui propose un placement à intérêts composés au **taux** annuel de 2%.

Une seconde banque lui propose un placement à intérêts composés au **taux mensuel** de 0.15% en lui affirmant que les taux sont équivalents.

La seconde banque a-t-elle raison ?

 Les taux mensuels $t_{mensuel}$ et les taux annuels t_{annuel} sont liés par les formules suivantes :

$$t_{annuel} = (1 + t_{mensuel})^{12} - 1$$

$$t_{mensuel} = (1 + t_{annuel})^{\frac{1}{12}} - 1$$

Comparer les deux placements proposés à Léo (comparaison de deux taux annuels ou deux taux mensuels).



Exercice 10

Calculer le taux mensuel équivalent à un placement à intérêts composés à un taux annuel de 9%.

Exercice 11

Toujours pour des intérêts composés, proposer un taux annuel correspondant à un taux mensuel de 0.65%.

Partie 10 : Créer un script pour une vidéo

Combien il faut que vous gagniez si vous voulez acheter un appartement de 500 000€ ?

Apport de 10%

Mensualités sur 25 ans à 1.35%

Seuil d'endettement de 33%

Salaires par mois pour un couple